שאלה 1

סטודנט ניגש למבחן במתכונת אמריקאית, שבה לכל שאלה 4 תשובות אפשריות שרק אחת מהן נכונה. הוא למד 50% מהחומר, לכן ענה נכון על מחצית השאלות במבחן ובשאלות הנוגעות לחומר שלא למד הוא ניחש. ידוע שתוחלת מספר התשובות הנכונות היא 10, אזי במבחן היו:

א. 20 שאלות
ב. 12 שאלות
ג. 16 שאלות
ד. לא ניתן לדעת את מספר השאלות

שאלה 2

ידוע שמנת המשכל של הסטודנטים מפולגת נורמלית עם תוחלת 100 ושונות 225. ניתן לחלק את אוכלוסיית הסטודנטים ל-3 קבוצות לפי רמת המשכל שלהם, באופן הבא: ברמה הגבוהה ביותר נמצאים הסטודנטים המחוננים, שמנת המשכל שלהם היא 137 ומעלה. ברמת הביניים נמצאים הסטודנטים המצטיינים, שמהווים 10% מאוכלוסיית הסטודנטים, ויתר הסטודנטים נחשבים סטודנטים רגילים.

מבין מנות המשכל הרשומות מטה מהי מנת המשכל הנמוכה ביותר שעדיין תהיה שייכת לקבוצת המצטיינים?

א. 119
ב. 123
ג. 115
ד. 111

שאלה 3

נתון כי X, Y ו-Z הם משתנים מקריים בלתי תלויים המתפלגים Geo(0.4).

למה שווה $cov(2X+Y, X-2Z)$?

א. 7.5
ב. 9.1
ג. 10.2
ד. 12

שאלה 4

תלמיד לנהיגה ניגש שוב ושוב למבחן נהיגה (״טסט״), עד שהוא עובר אותו בהצלחה. ההסתברות שהוא יעבור טסט היא 0.6 ללא תלות בטסטים קודמים. מהו מקדם המתאם בין מספר הטסטים שבהם התלמיד השתתף, לבין מספר הטסטים שבהם הוא נכשל?

א. 0
ב. 0.5
ג. 0.6
ד. 1

שאלה 5

בבדיקת שיטת פיטום חדשה לעופות נמצא כי העלייה במשקל בקרב העופות בחודש מסוים מפולגת נורמלית, כאשר סטיית התקן היא 50 ג״ר. ההסתברות שהעלייה הממוצעת במשקל בקרב מדגם מקרי בן 25 תרנגולות תהיה שונה מתוחלת תוספת המשקל בשיטת פיטום זו ביותר מאשר 20 ג״ר נמצאת באינטרוול:

א. 0.01-0.02
ב. 0.02-0.03
ג. 0.03-0.04
ד. 0.04-0.05

שאלה 6

במשרד לביטוח רצו לבדוק את אחוז הדירות בנות 15 שנה בהן התרחש פיצוץ בצנרת המיים. במדגם מקרי של 250 דירות בנות 15 שנה נמצא שב-35 דירות התרחש פיצוץ בצנרת המיים והתקבל רווח הסמך הבא:
(0.10686, 0.17314). מהי בקירוב רמת הבטחון ששימשה לבניית רווח הסמך?

א. 97%
ב. 94%
ג. 87%
ד. 82%

שאלה 7

רוצים לבדוק את הקשר בין מחיר הנפט הגולמי (**בדולר לחבית**), שמסומן ב-X לבין מחיר טיסה בין ניו-יורק לבייג'ינג (**באלפי דולרים**) שמסומן ב-Y על סמך מדגם של n=52 חודשים שונים. נתון כי:

$$\bar{X} = 59, \qquad \bar{Y} = 1.5, \qquad \sum_{i=1}^{52}(X_i - \bar{X})^2 = 5238,$$

$$\sum_{i=1}^{52}(Y_i - \bar{Y})^2 = 371, \qquad \sum_{i=1}^{52}(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = 504.4, \qquad \hat{\sigma}^2 = 6.45$$

מניחים מודל של רגרסיה לינארית פשוטה.

להלן שתי טענות:

I. הרגרסיה מובהקת ברמת מובהקות 5%.

II. $0.001 < P - value < 0.01$

א. טענה I נכונה וטענה II נכונה.

ב. טענה II נכונה וטענה I שגויה.

ג. טענה II שגויה וטענה I נכונה.

ד. טענה I שגויה וטענה II שגויה.

.

שאלה 8

אורך חיי רכיב אלקטרוני הוא מ"מ בעל פונקציית הצפיפות הבאה:

$$f_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 100 \\ \dfrac{100}{x^2} & x \geq 100 \end{cases}$$

5 רכיבים כנ"ל מצויים במכשיר כך שאורך חייהם בלתי תלוי אחד בשני.

ההסתברות שבדיוק 2 מתוך 5 הרכיבים יתקלקלו במהלך 150 השעות הראשונות לפעולת המכשיר נמצאת באינטרוול:

א. $[0.15 - 0.25)$

ב. $[0.25 - 0.40)$

ג. $[0.40 - 0.55)$

ד. $[0.55 - 0.70)$

שאלה 9

מאוכלוסיה נורמלית בעלת סטיית תקן 0.35 דגמו מדגם בגודל 49 פרטים. במדגם התקבל ממוצע 3.8. אל סמך המדגם בנו רווח סמך לתוחלת ברמת בטחון של 95% וקיבלו מרווח שאורכו כמעט 0.2.

מהו גודל המדגם המינימלי המבטיח ששגיאת האמידה לא תעלה על 0.01 ברמת סמך של 95% :

א. 4706
ב. 8129
ג. 10112
ד. 5790

שאלה 10

מבקר איכות נהוג לבדוק מדי יום 10 מוצרים מתוצרת מפעל. ההסתברות שמוצר יהיה פגום היא 0.05. אם ביום כלשהו ימצא מבקר האיכות ששני מוצרים או יותר פגומים אז הוא יבדוק את כל המוצרים שנוצרו במפעל באותו יום.

ההסתברות שבמשך כל השנה (300 ימי עבודה) מבקר האיכות יצטרך לבדוק כל הייצור היומי לפחות 30 ימים נמצאת באינטרוול:

א. $(0, 0.10]$

ב. $(0.15, 0.25]$

ג. $(0.25, 0.35]$

ד. $(0.80, 0.90]$

שאלה 11

במפעל יש שתי מכונות. ההסתברות שהראשונה תפעל היא 0.95 . ההסתברות ש**רק** הראשונה תפעל היא 0.04. ההסתברות ששתי המכונות תתקלקלנה היא 0.02.

האם המאורעות A "מכונה ראשונה תפעל" ו-B"מכונה שניה תפעל" הם מאורעות תלויים? מאורעות זרים?

א. תלויים ולא זרים
ב. תלויים וזרים
ג. לא תלויים ולא זרים
ד. לא תלויים וזרים

שאלה 12

מבחן מורכב מ -3 שאלות. ההסתברות שנבחן יענה נכון על השאלה הראשונה היא 0.6, ההסתברות שיענה נכון על השאלה השנייה היא 0.7, וההסתברות שיענה נכון על השאלה השלישית היא 0.9. אין תלות בין ההצלחה בשאלות השונות. אם ידוע שנבחן מסוים טעה רק בשאלה אחת, מהי ההסתברות שהוא ענה נכון על השאלה הראשונה?

א. 0.447
ב. 0.079
ג. 0.6
ד. 0.204

שאלות 13+14

בארנק שטר של 100, שני שטרות של 50, ושטר של 200.

שולפים באקראי שני שטרות ללא החזרה.

נגדיר:

X – ערך השטר הקטן ביותר.

Y- ערך השטר הגדול ביותר.

(אם לשני השטרות אותו ערך אז X ו-Y מקבלים ערך זה).

בנו את טבלת ההתפלגות המשותפת של X ו-Y.

איזו מהטענות הבאות **אינה** נכונה?

א. $P(X=50)=\frac{6}{12}$
ב. $P(X=100,Y=200)=\frac{2}{12}$
ג. $P(X=50,Y=50)=\frac{2}{12}$
ד. $P(Y=100)=\frac{4}{12}$

מה תוחלת ערכו של השטר הגדול, אם ידוע שהשטר הקטן הוא 50?

א. 130
ב. 108.3
ג. 116.7.
ד. 141.7

שאלה 15

נסמן ב X את הציון במבחן IQ שהתקבל על ידי ישראלי וב- Y את הציון שהתקבל על ידי צרפתי.

במדגם של 10 ישראלים שנבחנו במבחן IQ התקבלו התוצאות הבאות:

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 1020$$
$$\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 105120$$

במדגם של 14 צרפתים שנבחנו במבחן IQ התקבלו התוצאות הבאות:

$$\sum_{j=1}^{14} y_j = 1386$$
$$\sum_{j=1}^{14} y_j^2 = 138644$$

נניח כי המדגמים בלתי תלויים וכן $X \sim N\left(\mu_X, \sigma^2\right), Y \sim N\left(\mu_Y, \sigma^2\right)$.

איזו מהטענות הבאות <u>נכונה</u> עבור מבחן השערות הבודק האם יש הבדל בין תוחלות הציונים בשתי האוכלוסיות?

טענה 1: ערך סטטיסטי המבחן
גדול מ-1

טענה 2: סטטיסטי המבחן מפולג לפי התפלגות נורמלית

טענה 3: בכל רמת מובהקות סבירה לא דוחים את ההשערה שאין הבדל בין תוחלות הציונים בשתי האוכלוסיות

טענה 4: רווח הסמך ל- $\mu_X - \mu_Y$ ברמת ביטחון 95% לא מכיל את 0

שאלות 16+17

חיים רגיל לנסוע לעבודתו בשעה קבועה בבוקר ברכב. משך זמן הנסיעה הממוצע שלו הוא 30 דקות עם סטיית תקן של 8 דקות. **החל מחודש אוגוסט** יתקיימו עבודות בכביש בו הוא נוסע לעבודתו שעלולות להאריך את משך זמן הנסיעה שלו, אך לא ישנו את סטיית התקן של זמני הנסיעה. לכן חיים שוקל להגיע לעבודתו ברכבת.

על מנת להחליט האם להמשיך לנסוע ברכב, החליט חיים לנסוע במשך כל חודש אוגוסט לעבודה ברכבו (סה"כ 25 יום). נתון כי ממוצע זמן הנסיעה של חיים ברכב באוגוסט היה 32.8 דקות.

מעוניינים לבדוק את ההשערה שמשך הנסיעה הממוצע בכביש בזמן העבודות גדול ממשך הנסיעה הממוצע לפני תחילת העבודות. הניחו שמשך הנסיעה מתפלג נורמלית.

שאלה 16

איזו מהטענות הבאות נכונה?

א. הפרמטר שעליו עושים את בדיקת ההשערות מפולג נורמלית עם תוחלת 30 דקות וסטיית תקן של 8 דקות.

ב. נסיק כי משך הנסיעה הממוצע בכביש בזמן העבודות גדול ממשך הנסיעה הממוצע לפני תחילת העבודות ברמת מובהקות 5%

ג. נסיק כי משך הנסיעה הממוצע בכביש בזמן העבודות גדול ממשך הנסיעה הממוצע לפני תחילת העבודות ברמת מובהקות 1%

ד. רמת המובהקות המינימלית עבורה נסיק שמשך הנסיעה הממוצע בכביש בזמן העבודות גדול ממשך הנסיעה הממוצע לפני תחילת העבודות היא 0.01

שאלה 17

לאחר הניסיון בחודש אוגוסט, ראה חיים כי אינו מגיע לעבודה בשעה קבועה, ולכן שקל לנסוע ברכבת בכל זאת. במשך עשרה ימים בחודש אוקטובר נסע חיים ברכבת שזמן נסיעתה מתפלג נורמלית, ועל סמך עשרת הימים חישב רווח סמך לתוחלת ברמת בטחון של 95%:

[31.775, 35.024]. מהו אומדן לסטיית התקן של משך זמן הנסיעה ברכבת?

א. 2.27

ב. 2.62

ג. 2.80

ד. 3.12

שאלה 18+19

שתי השאלות הבאות מתייחסות לנתונים הבאים:

במדגם של 100 משפחות שלהן בן אחד לפחות, נרשם מספר הילדים שנולדו עד הבן הראשון (כולל אותו).

מספר הילדים	מספר המשפחות
1	58
2	20
3	7
+4	15

נסמן ב-X את מספר הילדים עד הבן הראשון (כולל). מעוניינים לבדוק את ההשערה כי $X \sim Geom(0.5)$.

ערך סטטיסטי המבחן של פירסון לבדיקת ההשערה הנ"ל נמצא בקטע:

א. $(4,5)$

ב. $(5,6)$

ג. $(6,7)$

ד. $(7,8)$

נסיק כי ההתפלגות של X אינה גאומטרית ברמת מובהקות 10% אם ורק אם סטטיסטי המבחן של פירסון גדול מ- c, כאשר הערך של c הוא:

א. 4.61

ב. 6.25

ג. 7.78

ד. 7.81

שאלה 20

יהיו $X_1, X_2 \ldots X_{50}$ מדגם מקרי פשוט מהתפלגות כלשהי בעלת תוחלת μ ושונות σ^2 .

על סמך תצפיות האלו חישבו ערכים מסכמים הבאים:

ממוצע , סטיית תקן, רבעונים (התחתון והעליון), חציון, טווח בין רבעוני ו-C.V.

טענה I

ממוצע , סטיית תקן וטווח בין רבעוני הם מדדי מיקום.

טענה II

רבעונים ו- C.V. הם מדדי פיזור

טענה III

$\overline{X}$ מפולג בקירוב נורמלי עם תוחלת μ ו- שונות σ^2

א. כל הטענות נכונות
ב. כל הטענות לא נכונות
ג. טענה I נכונה וטענות II ו- III לא נכונות.
ד. טענה II נכונה וטענות I ו- III לא נכונות.